Gabarito do teste da turma 2ª Série Médio B 2011-04-21

2ª SÉRIE – B

1) OBTENHA m, SENDO $m \in \mathbb{R}$, DE MODO QUE $\operatorname{sen} x = \frac{4+m}{m}$.

RESOLUÇÃO:

$-1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1$ daí, $\begin{cases} \frac{4+m}{m} \geq -1 & \text{I} \\ \frac{4+m}{m} \leq 1 & \text{II} \end{cases}$

$\Rightarrow -1 \leq \frac{4+m}{m} \leq 1$

DE I $\frac{4+m}{m} \geq -1 \Rightarrow \frac{4+m}{m} + 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{4+m}{m/1} + \frac{1}{1/m} \geq 0$

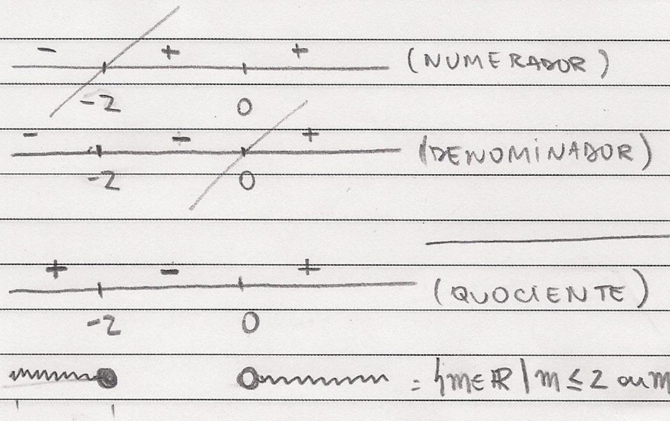
$\Rightarrow \frac{4+m+m}{m} \geq 0 \Rightarrow \frac{4+2m}{m} \geq 0$ III

DE II $\frac{4+m}{m} \leq 1 \Rightarrow \frac{4+m}{m} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{4+m}{m/1} - \frac{1}{1/m} \leq 0$

$\Rightarrow \frac{4+\cancel{m}-\cancel{m}}{m} \leq 0 \Rightarrow \frac{4}{m} \leq 0$ IV

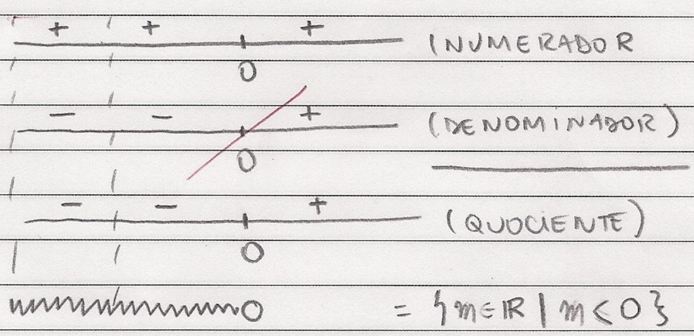
ESTUDO DOS SINAIS

III $\frac{4+2m}{m} \geq 0$



$= \{m \in \mathbb{R} \mid m \leq 2 \text{ ou } m > 0\}$

(IV) $\frac{4}{m} \leq 0$



$= \{m \in \mathbb{R} \mid m < 0\}$

SOLUÇÃO: $= \{x \in \mathbb{R} \mid m \leq -2\}$

2) SABENDO QUE $2\,sen\,x + 5\cos x = 0$, $\pi/2 < x < \pi$, OBTENHA $sen\,x$ e $\cos x$.

$2\,sen\,x + 5\cos x = 0$

$2\,sen\,x = -5\cos x$

$sen\,x = -\frac{5}{2}\cos x$

Pela Rel. fund. I

$sen^2 x + \cos^2 x = 1$

$\left(\frac{-5}{2}\cos x\right)^2 + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \frac{25}{4/1}\cos^2 x + \frac{\cos^2 x}{1/4} = 1$

$\Rightarrow \frac{25\cos^2 x + 4\cos^2 x}{4} = 1 \Rightarrow 29\cos^2 x = 4 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{4}{29}$

$\Rightarrow \cos x = \pm\sqrt{\frac{4}{29}} \Rightarrow \cos x = \pm\frac{2}{\sqrt{29}} \Rightarrow \cos x = \pm\frac{2\sqrt{29}}{29}$

como, $\pi/2 < x < \pi \Rightarrow \boxed{\cos x = -\frac{2\sqrt{29}}{29}}$

Pela rel. fund. I

$sen^2 x + \cos^2 x = 1$

$sen^2 x + \frac{4}{29} = 1 \Rightarrow sen^2 x = \frac{1}{1/29} - \frac{4}{29/1} \Rightarrow sen^2 x = \frac{25}{29}$

$\Rightarrow sen\,x = \pm\sqrt{\frac{25}{29}} \Rightarrow sen\,x = \pm\frac{5}{\sqrt{29}} \Rightarrow sen\,x = \pm\frac{5\sqrt{29}}{29}$

como, $\pi/2 < x < \pi \Rightarrow \boxed{sen\,x = +\frac{5\sqrt{29}}{29}}$

3) SABENDO QUE $tg\,x = 2$ e QUE $\pi < x < 3\pi/2$; CALCULE $sen\,x + cos\,x$.

PELA REL. FUND. II

$tg\,x = \frac{sen\,x}{cos\,x} = 2$

$\Rightarrow sen\,x = 2\cos x$

PELA REL. FUND. I

$sen^2x + cos^2x = 1$

$(2\cos x)^2 + cos^2x = 1 \Rightarrow 4\cos^2x + cos^2x = 1 \Rightarrow 5\cos^2x = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow cos^2x = \frac{1}{5} \Rightarrow cos\,x = \pm\sqrt{\frac{1}{5}} \Rightarrow cos\,x = \pm\frac{1}{\sqrt5}\cdot\frac{\sqrt5}{\sqrt5} \Rightarrow$

$\Rightarrow cos\,x = \pm\frac{\sqrt5}{5}$, COMO $\pi < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \boxed{cos\,x = -\frac{\sqrt5}{5}}$

PELA REL. FUND. I

$sen^2x + cos^2x = 1$

$sen^2x + \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow sen^2x = \frac{1}{1} - \frac{1}{5} \Rightarrow sen^2x = \frac{5-1}{5} \Rightarrow sen^2x = \frac{4}{5}$

$\Rightarrow sen\,x = \pm\frac{\sqrt4}{\sqrt5} \Rightarrow sen\,x = \pm\frac{2\sqrt5}{5}$,

COMO $\pi < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \boxed{sen\,x = -\frac{2\sqrt5}{5}}$

$sen\,x + cos\,x = \frac{-\sqrt5}{5} - \frac{2\sqrt5}{5} = \frac{-3\sqrt5}{5}$

$\Rightarrow \boxed{sen\,x + cos\,x = -\frac{3\sqrt5}{5}}$

4) S(t) É O NÚMERO DE DOAÇÕES DE SANGUE EM MILHARES.
t EM MESES, COM $0 < t < 11$ ONDE $t=0$ REPRESENTA O MÊS DE JANEIRO.
λ É UMA CONSTANTE

$$S(t) = \lambda - \cos\left[\frac{(t-1).\pi}{6}\right]$$

a) DETERMINE A CONSTANTE λ, SABENDO QUE NO MÊS DE FEVEREIRO HOUVE 2 MIL DOAÇÕES DE SANGUE.

SOLUÇÃO:

FEVEREIRO $(t=1)$

$S(t)=2$

$$\Rightarrow S(t) = \lambda - \cos\left[\frac{(t-1).\pi}{6}\right]$$

$$\Rightarrow 2 = \lambda - \cos\left[\frac{(1-1).\pi}{6}\right] \Rightarrow 2 = \lambda - \cos 0$$

$$\Rightarrow 2 = \lambda - 1 \Rightarrow \boxed{\lambda = 3}$$

b) EM QUAIS MESES HOUVE 3 MIL DOAÇÕES?

SOLUÇÃO:

$$S(t) = \lambda - \cos\left[\frac{(t-1).\pi}{6}\right]$$

$$\Rightarrow \cancel{3} = \cancel{3} - \cos\left[\frac{(t-1).\pi}{6}\right] \Rightarrow \cos\left[\frac{(t-1).\pi}{6}\right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(t-1).\cancel{\pi}}{6} = \frac{\cancel{\pi}}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{(t-1).\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{t-1}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = 3+1 \Rightarrow t = 4$$

$t=4$ (MAIO) //

$$\frac{t-1}{6}.\cancel{\pi} = \frac{3\cancel{\pi}}{2} \Rightarrow t-1 = \frac{3.6}{2}$$

$$\Rightarrow t-1 = 3.3 \Rightarrow t = 9+1 \Rightarrow t = 10$$

$t=10$ (NOVEMBRO) //

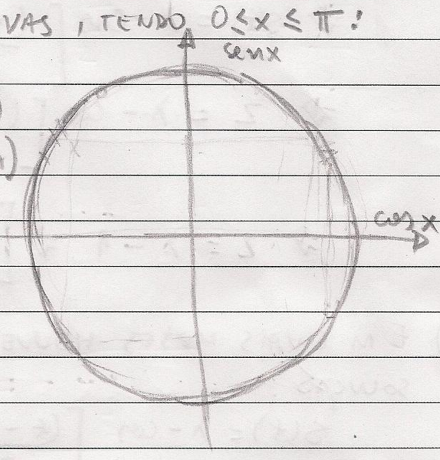
5) CONSIDERE AS SEGUINTES AFIRMATIVAS, TENDO $0 \leq x \leq \pi$:

I) $\text{sen}(180° - x) = -\text{sen}\,x$ (FALSA)

II) $\cos(360° - x) = \cos x$ (VERDADEIRA)

III) $\cos(270° + x) = \cos x$ (VERDADEIRA)

IV) $\text{sen}(180° + x) = \text{sen}\,x$ (FALSA)



SOLUÇÃO:

b) SOMENTE AS AFIRMATIVAS II e III SÃO VERDADEIRAS.